

MODELAJE DEL RUIDO DE LA RESONANCIA MAGNÉTICA

Kinani Jean Marie Vianney^{1*}, Dante Mújica-Vargas², Cristales Bonilla Saulo Gregorio¹, Hernández Najera Erick¹, Peña Koo Jimmy Josué^{3*}, Chan May Orlando Adrián³

¹ División de Ingeniería en Sistemas Computacionales, Instituto Tecnológico Superior de Huichapan, El saucillo, Huichapan, Hidalgo, México, correspondencia: jmvianney@iteshu.edu.mx,

²Department of Computer Science, CENIDET, Interior, Internado Palmira s/n, Palmira, Cuernavaca-Morelos, México, dantemv@cenidet.edu.mx

³ División de Ingeniería en Sistemas Computacionales, Instituto Tecnológico Superior del Sur del Estado de Yucatán, Oxkutzcab, Yucatán, México, * correspondencia: jimjpk@itsyucatan.edu.mx

Resumen — Basado tanto en la Física de la Resonancia Magnética (RM) y el teorema del límite central, es común practicar para suponer que el ruido en las imágenes RM está distribuido por Gauss, pero desde el punto de vista posterior a la adquisición de la señal RM, este enfoque de modelado puede ser erróneo, especialmente cuando la relación señal/ruido es baja. En este artículo, se presenta un análisis exhaustivo que muestra por qué se adoptó el modelo gaussiano y, a través del tratamiento matemático posterior a la adquisición de datos brutos complejos RM, se desarrollará el modelo Riciano y se probará que es el modelo de señales aleatorias RM correcto.

Abstract — Based on both the Physics of MRI and the central limit theorem, it is common practice to assume that the noise in MR images is Gauss distributed, but from an MR signal post-acquisition standpoint, this modeling approach can be proved to be erroneous, especially when the SNR is low. In this article, we present a thorough analysis that shows why the Gaussian model was adopted, and through the MR complex raw data post-acquisition mathematical treatment, the Rician model will be developed and proved to be the right MR random signals model.

Palabras clave — Frecuencia de Larmor, precesión, resonancia magnética, ruido, función de densidad de probabilidad.

I. INTRODUCCION

En la formación de imágenes de Resonancia Magnética (RM), la evaluación del tipo y nivel de ruido en una imagen es trascendente ya que ayuda a evaluar la calidad del análisis y la consistencia de las técnicas de procesamiento de imágenes,

como eliminación y registro de ruido. La obtención de imágenes RM como cualquier otro sistema de medición práctico siempre contiene un componente indeseable no correlacionado con la señal deseada. Este componente se conoce como ruido o señal aleatoria. El ruido en el sistema de RM a menudo se debe a fluctuaciones espontáneas como el movimiento térmico de electrones libres dentro de componentes eléctricos reales o equivalentes, la mejor manera de describir el ruido en una RM es definiendo su función de densidad de probabilidad (FDP), la cual es una relación estadística seguida por diferentes valores de las mediciones de señal aleatoria. Según el teorema del límite central, la mayoría del ruido de medición, incluido el ruido de RM, es posible tratarlo como ruido gaussiano, en cuyo caso el FDP se define de forma única por su media y varianza, no siempre se aplica a los datos de RM debido a algunas técnicas utilizadas para obtener la imagen práctica.

II. GENERACION Y DETECCION DE SEÑAL

Un escáner RM consta de tres componentes principales de hardware: un imán principal, un sistema de gradiente de campo magnético y un sistema de radiofrecuencia. Todos trabajan en coordinación para producir la imagen. La función del imán principal es generar un campo estático fuerte y uniforme, que en su mayoría se conoce en la literatura como campo \vec{B}_0 , que ayuda a polarizar los giros nucleares en la parte del cuerpo que se va a fotografiar. En otras palabras, este campo magnético externo \vec{B}_0 afecta a una colección de núcleos con espín no cero generando un vector de magnetización observable \vec{M}

apuntando en la dirección de \vec{B}_0 . La intensidad de campo juega un papel importante en la determinación de la relación señal / ruido (SNR) y la resolución espectral. Sin embargo, cuando este campo es demasiado fuerte, pueden surgir algunos problemas de interferencia de radiofrecuencia (RF). En cuanto al sistema de campo de gradiente, consta de tres bobinas de gradiente ortogonales que se configuran para producir campos magnéticos variables en el tiempo cuya fuerza depende de la posición. El sistema de campo de gradiente es un componente crucial de una resonancia magnética ya que ayuda a la localización de la señal. Por último, hay un sistema de RF que está hecho de una bobina transmisora que genera un campo magnético rotativo, a menudo referido en la literatura como campo B1, que se usa para estimular el sistema de espines causando la resonancia (es decir, coherencia de fase entre giros al azar de precesión en un sistema de giro magnetizado). También tiene una bobina receptora que convierte una magnetización de precesión en una señal eléctrica a través de la inducción de Faraday. Esta ley de inducción establece que el flujo magnético variable en el tiempo a través de un circuito conductor (una bobina receptora) inducirá en la bobina una fuerza electromagnética (voltaje) que es igual a la velocidad a la que cambia el flujo magnético a través de la bobina. Si se toma $\vec{M}(r, t)$, para ser el vector de magnetización en la posición r , generado por la colección de espín, y $\vec{B}_r(r)$ para ser el campo magnético de laboratorio en la misma posición, entonces, el flujo magnético a través de la bobina por $\vec{M}(r, t)$ viene dada por [1],

$$\Phi(t) = \int_{\text{objeto}} \vec{B}_r(r) \cdot \vec{M}(r, t) dr \tag{1}$$

Entonces, de acuerdo con la ley de inducción de Faraday, el voltaje inducido en la bobina es

$$V(t) = \frac{-\partial\Phi(t)}{\partial t} = \frac{-\partial}{\partial t} \int_{\text{objeto}} \vec{B}_r(r) \cdot \vec{M}(r, t) dr \tag{2}$$

En otras palabras, se mide la cantidad de magnetización con una bobina receptora.

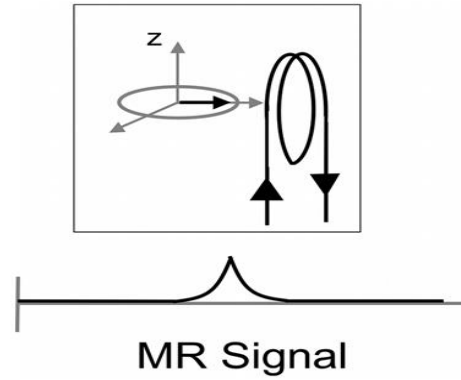


Fig.1 Medida de la señal RM a través de la bobina receptora. La flecha indica el vector de magnetización transversal.

Cuando la magnetización transversal está completamente en fase, la señal RM medida está en un máximo. Cuando la magnetización transversal comienza a desfase, la señal de RM comienza a disminuir hasta que la magnetización está completamente desfasada, y la señal de RM medida se vuelve cero [1]. El voltaje $V(t)$ inducido en la bobina receptora a menudo se considera como la señal de RMN sin procesar [2]. Ahora, se reescribe la ecuación (2) en forma escalar como

$$V(t) = -\frac{\partial}{\partial t} \int_{\text{objeto}} [B_{r,x}(r)M_x(r, t) + B_{r,y}(r)M_y(r, t) + B_{r,z}(r)M_z(r, t)] dr \tag{3}$$

Con

$$\vec{B}_r = B_{r,x}\vec{i} + B_{r,y}\vec{j} + B_{r,z}\vec{k} \tag{4}$$

Dado que $M_z(r, t)$ es una función que varía lentamente en comparación con la precesión libre de los componentes M_x y M_y , el último término de la ecuación anterior se puede ignorar, lo que da

$$V(t) = -\int_{\text{objeto}} [B_{r,x}(r) \frac{\partial M_x(r,t)}{\partial t} + B_{r,y}(r) \frac{\partial M_y(r,t)}{\partial t}] dr \tag{5}$$

De acuerdo con esta ecuación, el voltaje inducido es una función de solo M_x y M_y . Por esta razón, normalmente se sabe que las señales de RM dependen de la magnetización transversal [3].

Llevando la expresión aún más lejos se reescribe, $B_{r,x}$ y $B_{r,y}$ como,

$$\begin{cases} B_{r,x} = B_{r,xy}(r) \vee \cos\phi_r(r) \\ B_{r,y} = B_{r,xy}(r) \vee \sin\phi_r(r) \end{cases}$$

Donde $\phi_r(r)$ es el ángulo de fase de recepción. También se reescribe M_x y M_y como,

$$M_x(r, t) = |M_{xy}(r, 0)| e^{-t/T_2(r)} \cos[-\omega(r)t + \phi_e(r)] \quad (7)$$

$$M_y(r, t) = M_{xy}(r, 0) \vee e^{-t/T_2(r)} \sin[-\omega(r)t + \phi_e(r)] \quad (8)$$

Donde T_2 es la constante de tiempo de relajación transversal del tejido, y $\phi_e(r)$ es el desplazamiento de fase inicial introducido por la excitación de RF. Después de alguna manipulación matemática se obtiene

$$\frac{\partial M_x(r, t)}{\partial t} = \omega(r) \vee M_{xy}(r, 0) \vee e^{-t/T_2(r)} \sin[-\omega(r)t + \phi_e(r)] \quad (9)$$

Y

$$\frac{\partial M_y(r, t)}{\partial t} = -\omega(r) |M_{xy}(r, 0)| e^{-t/T_2(r)} \cos[-\omega(r)t + \phi_e(r)] \quad (10)$$

Entonces, sustituyendo Eq. (9) y (10) en la Eq. (5) se obtiene

$$V(t) = - \int_{\text{objeto}} \omega(r) \vee B_{r,xy}(r) \vee M_{xy}(r, 0) \vee e^{-t/T_2(r)} \sin[-\omega(r)t + \phi_e(r) - \phi_r(r)] dr \quad (11)$$

o

$$V(t) = \int_{\text{objeto}} \omega(r) \vee B_{r,xy}(r) \vee M_{xy}(r, 0) \vee e^{-t/T_2(r)} \cos \left[-\omega(r)t + \phi_e(r) - \phi_r(r) + \frac{\pi}{2} \right] dr \quad (12)$$

La ecuación (12) es una expresión de señal que muestra explícitamente la dependencia de una señal de voltaje detectada en la magnetización transversal $M_{xy}(r, 0)$, la frecuencia de precesión libre $\omega(r)$ y la sensibilidad de detección de la bobina

(6) receptora $B_{r,xy}(r)$. La señal de voltaje $V(t)$ es una señal de alta frecuencia porque el vector de magnetización transversal se comporta como la frecuencia de precesión Larmor, por lo que para evitar algunos problemas de circuitos, esta señal se mueve a una banda de baja frecuencia usando lo que se conoce como *phase-sensitive detection* (PSD), es decir, “detección sensible a la fase”, o método de demodulación de señales [4].

La demodulación de la señal consiste en multiplicar por una señal sinusoidal de referencia y luego filtrar en paso bajo para eliminar el componente de alta frecuencia. A continuación se muestra la ilustración del método PSD.

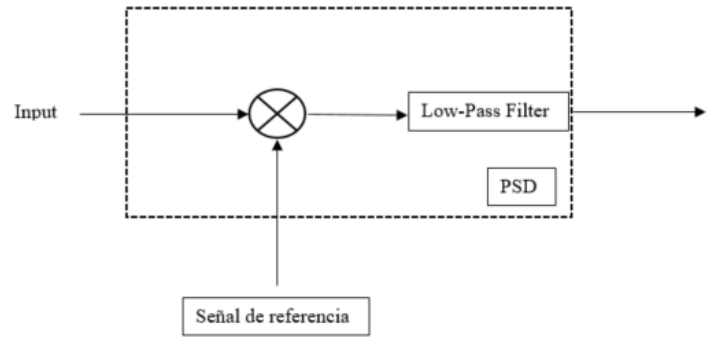


Fig. 2. Detección sensible a la fase

$$V_{psd}(t) = \omega_0 \int_{\text{objeto}} B_{r,xy}(r) \vee M_{xy}(r, 0) \vee e^{-t/T_2(r)} \cos \left[-\Delta\omega(r)t + \phi_e(r) - \phi_r(r) + \frac{\pi}{2} \right] dr \quad (13)$$

Que es una expresión general para las señales de un solo PSD. Como $\Delta\omega(r)$ es la frecuencia de precesión en el cuadro giratorio $V_{psd}(t)$, a menudo se considera como la señal detectada en el cuadro giratorio. Un inconveniente notable de este esquema de detección es que no es posible determinar a partir de la señal si la isocromática está en precesión en el sentido de las agujas del reloj, es decir, $\Delta\omega > 0$ o en sentido antihorario $\Delta\omega < 0$. Para superar este problema, se usa un segundo sistema PSD con la señal de referencia $2\sin\omega_0 t$, que tiene un cambio de fases de 90° con respecto al primero [1]. Se puede demostrar que la salida de este sistema de detección es

$$V(t) = \int_{\text{objeto}} \omega(r) \vee B_{r,xy}(r) \vee M_{xy}(r, 0) \vee e^{-t/T_2(r)} \cos \left[-\omega(r)t + \phi_e(r) - \phi_r(r) + \frac{\pi}{2} \right] dr \quad (14)$$

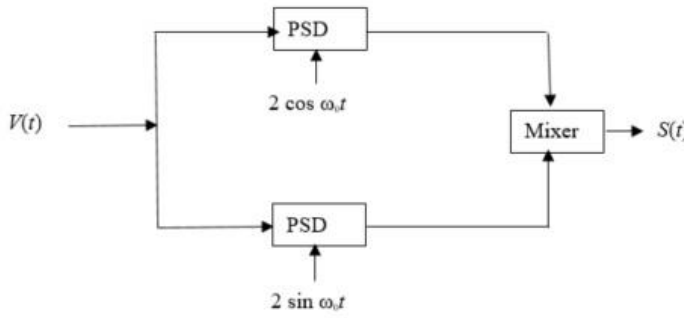


Fig. 3 Detección cuadrática

De esta manera, se detecta la magnetización giratoria con dos detectores, que son ortogonales entre sí. Este esquema de detección conocido como detección en cuadratura, se utiliza con frecuencia en los sistemas modernos de RM. Las dos salidas de dicho sistema a menudo se ponen en una forma compleja, como se muestra en la figura anterior, con una salida que se considera como la parte real y la otra como la parte imaginaria.

Más precisamente, deja que

$$S(t) = S_R(t) + iS_I(t) \quad (15)$$

Con $S_R(t)$ y $S_I(t)$ representando las dos ecuaciones anteriores respectivamente y son las salidas de la primera y segunda PSD respectivamente, Entonces,

$$S(t) = \omega_0 \int_{\text{objeto}} B_{r,xy}(r) \vee M_{xy}(r, 0) \vee e^{-i[\Delta\omega(r)t - \phi_e(r) + \phi_r(r) - \pi/2]} dr \quad (16)$$

Después de algunas manipulaciones matemáticas, se obtiene

$$S(t) = \int_{\text{objeto}} B_{r,xy}^*(r) M_{xy}(r, 0) e^{-i\Delta\omega(r)t} dr \quad (17)$$

Con $B_{r,xy}^*$ es el conjugado complejo de $B_{r,xy}$. Además, si la bobina receptora tiene un campo de recepción homogéneo sobre la región de interés, como se supone a menudo, entonces, $B_{r,xy}^*$ se puede omitir con seguridad. Y para la comodidad de la notación, se sustituye $\Delta\omega$ por ω , de modo que ω ahora representa la frecuencia de precesión en el cuadro giratorio [1].

Por lo tanto, la expresión de la señal en la ecuación (17) se escribirá como

$$S(t) = \int_{\text{objeto}} M_{xy}(r, 0_+) e^{-t/T_2(r)} e^{-i\omega(r)t} dr \quad (18)$$

Con $M_{xy}(r, 0_+)$ es el valor posterior al pulso de M_{xy} . Ahora, al introducir una función de densidad espectral de giro $\rho(\omega)$ para caracterizar la distribución de frecuencia del sistema de giro. Y que $dM(\omega)$ sea la magnetización isocromática [4]. Entonces,

$$dM(\omega) = \rho(\omega) d\omega \quad (19)$$

Y

$$M = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\omega) d\omega \quad (20)$$

Teniendo $\rho(\omega)$, $S(t)$ puede escribirse como

$$S(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\omega) e^{-t/T_2(\omega)} e^{-i\omega t} d\omega \quad (21)$$

Y esta es la caída de inducción libre (free induction decay, FID) que es la señal inducida en las bobinas.

Ahora, para obtener una imagen de RM, se necesita hardware físico para codificar información espacial en la señal de RM y se necesita una herramienta matemática para decodificar las señales medidas. La información espacial se codifica a través de la aplicación de selección de sectores, codificación de frecuencia y / o gradientes de campos magnéticos de codificación de fase. Durante el tiempo en que se aplican estos gradientes, la frecuencia de Larmor en la posición x es

$$\omega(x) = \omega_0 + \gamma G_x x \quad (22)$$

Con G_x que denota el vector de gradiente de campo magnético. La señal recibida de todo el objeto en presencia de este gradiente es

$$S(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x) e^{-i\gamma G_x x t} dx$$

(23) surge ruido en un sistema de imágenes debido a fluctuaciones espontáneas como el movimiento browniano de electrones libres dentro de componentes eléctricos reales o equivalentes.

Donde $\rho(x)$ representa la distribución de giro.

De la ecuación (23) se obtiene la siguiente transformada de Fourier, que es la señal del espacio K:

$$S(k_x) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x) e^{-i2\pi k_x x} dx \quad (24)$$

A partir de la transformada de Fourier anterior, está claro que

$$k_x = \frac{\gamma}{2\pi} G_x t \quad (25)$$

Se observa que el papel de G_x es asignar una señal de tiempo a una señal de espacio k.

Este análisis se generaliza a tres dimensiones o más. Es decir

$$S(k) = \int_{\text{objeto}} \rho(r) e^{-i2\pi k \cdot r} dr \quad (26)$$

La introducción de la variable k en la ecuación anterior es la razón por la cual el espacio de Fourier en el que se adquieren las señales de RM se denomina k-espacio. Se utiliza una transformada de Fourier discreta inversa para decodificar las señales de RM adquiridas, y esto da como resultado una imagen valorada compleja dada por

$$\rho(r) = \int_{\text{objeto}} S(k) e^{-ik \cdot r} dk \quad (27)$$

Por lo tanto, una imagen de RM es una representación espacial de la distribución de magnetización.

III. SEÑALES ALEATORIAS DE LA IMAGEN RM

Como se ilustró anteriormente, las imágenes de RM implican la medición (del campo M transversal) producida por los tejidos en estudio y el procesamiento de las señales activadas generadas a través del principio de inducción. Cualquier medida práctica siempre contiene un componente indeseable que no está correlacionado con la señal deseada. Este componente se conoce como ruido o señal aleatoria. A menudo

La mejor manera de describir el ruido en un sistema de RM es definir su función de densidad de probabilidad que es una relación estadística seguida por diferentes valores de las mediciones de señal aleatoria. Con base en el teorema del límite central [5], la mayoría del ruido de medición, incluido el ruido de RM, se puede tratar como ruido gaussiano, en cuyo caso el FDP se define de forma única por su media y varianza. Y esto se remonta a la suma (integral) de todas las contribuciones de cada magnetización de espín para producir $S(t)$, que es $S(k)$.

A. Función de densidad de probabilidad de Data bruto de RM

Como se observó, durante la adquisición, las señales RM de valor complejo se muestrean en el espacio K. Estos datos muestreados se conocen como datos brutos de RM. De la sección anterior, se deduce que las contribuciones de ruido de los datos de RM brutos complejos valorados son aditivos y no están correlacionados, caracterizados por una FDP de Gauss de media cero.

Y como se discutió, se obtiene una imagen de RM a través de la estimación de los coeficientes de Fourier de las señales complejas adquiridas, y esto se hace mediante una simple transformación inversa de Fourier, siempre que los datos brutos de RM sean distribuidos por Gauss. Después de la transformada de Fourier inversa, los datos complejos siguen siendo independientes y Gauss distribuido debido a la linealidad y ortogonalidad de la transformada de Fourier.

Ahora, al suponer que A y ϕ representan la verdadera amplitud y fase de un punto de datos complejos dado, de modo que $A \cos \phi$ y $A \sin \phi$ son los verdaderos valores reales e imaginarios, respectivamente. Dado que los datos reales e imaginarios son independientes, el conjunto de los datos complejos de la FDP es el resultado del producto de la FDP real e imaginaria [6], que es

$$p(R, I \vee A, \phi, \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{(A \cos \phi - R)^2}{2\sigma^2}\right] \exp\left[-\frac{(A \sin \phi - I)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (28)$$

siendo σ la desviación estándar de los datos, y R e I son los datos reales e imaginarios, respectivamente. Se debe señalar que A representa la intensidad del píxel de la imagen en ausencia de ruido, es decir, la imagen que se debe recuperar cuando se aplica un filtro.

B. Datos procesados de RM y generación del ruido Riciano

Dado que los datos de magnitud son inmunes a los efectos de las variaciones de fase incidental debido a la falta de homogeneidad del ángulo de RF, la demora del sistema, las ventanas de muestreo no centradas, etc., se eligen comúnmente sobre datos reales e imaginarios.

Para construir una imagen de magnitud a partir de los datos complejos, la magnitud se calcula en una base de píxel por píxel, es decir

$$M_i = \sqrt{R_i^2 + I_i^2} \quad (29)$$

donde M_i denota el i -ésimo punto de datos de la imagen de magnitud, es decir, M_i es en realidad la intensidad de píxel medida. Como la extracción de raíz no es una transformación lineal, ya no se espera que la FDP de los datos de magnitud sea gaussiana. Entonces, se ha de derivar la FDP apropiada de los datos de magnitud.

La FDP de los datos de magnitud anterior se obtiene a través de la transformación del conjunto de los datos reales e imaginarios, dados en la ecuación (28), en coordenadas polares, eso es,

$$p(M, \varphi \vee A, \phi, \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{(A\cos\phi - M\cos\varphi)^2}{2\sigma^2}\right] \exp\left[-\frac{(A\sin\phi - M\sin\varphi)^2}{2\sigma^2}\right] M \quad (30)$$

siendo M el jacobiano de la transformación [7]. Integrando esta expresión sobre φ junto con algunos manipulación matemática da

$$p_M(M \vee A, \phi, \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \int_0^{2\pi} \exp\left[-\frac{-A^2 + M^2 - 2AM\cos(\varphi - \phi)}{2\sigma^2}\right] M d\varphi \quad (31)$$

Dado que la integración anterior es más de un ciclo completo del coseno, Eq. (31) puede reescribirse como:

$$p_M(M \vee A, \sigma) = \frac{M}{2\pi\sigma^2} \exp\left(\frac{-A^2 + M^2}{2\sigma^2}\right) \int_0^{2\pi} \exp\left(\frac{AM}{\sigma^2} \cos\varphi\right) d\varphi \quad (32)$$

Mirando más de cerca, la integral sobre φ en Eq. (32) se relaciona con la representación integral de la función de Bessel modificada de primer orden del primer tipo, que es

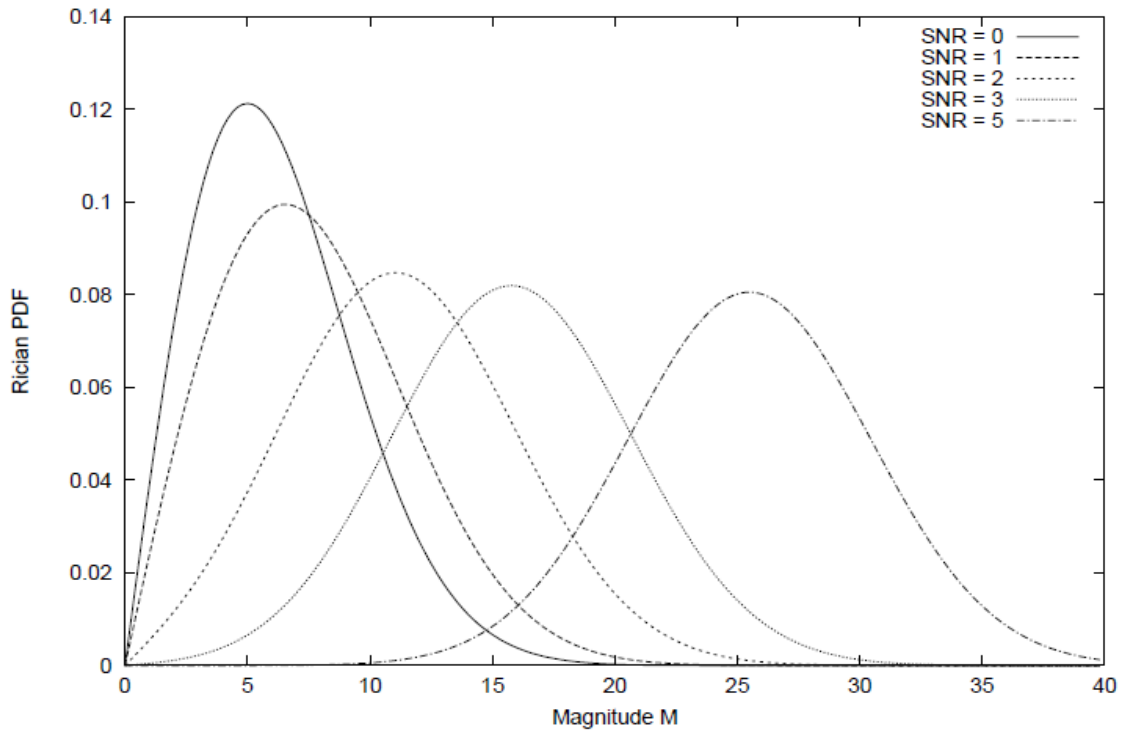
$$I_0(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{z\cos\varphi} d\varphi \quad (33)$$

Por lo tanto Eq. (32) puede escribirse como [8]:

$$p_M(M \vee A, \sigma) = \frac{M}{\sigma^2} \exp\left(\frac{-A^2 + M^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{AM}{\sigma^2}\right) \quad (34)$$

Y esto es la FDP correcta que caracteriza los datos de magnitud de RM. Esta distribución fue nombrada después de S. O. Rice quien la derivó en el marco de la teoría de la comunicación en 1944 [2].

Como se puede ver en la figura a continuación, la forma de la distribución de Rice depende de la relación señal / ruido (SNR), que aquí se define como la relación A/σ . Esta figura muestra la FDP de Rice como una función de la magnitud M para varios valores de la SNR. Para una SNR baja, la FDP de Rice tiende a una distribución de Rayleigh, que solo depende de la varianza del ruido σ^2 [7, 8].



Esta

$$p_M(M \vee \sigma) = \frac{M}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{M^2}{2\sigma^2}\right) \quad (35)$$

Fig. 4 La FDP de Rice como una función de la magnitud M, dibujado para varios valores de la SNR donde $\sigma=5$. A SNR = 0, la distribución es igual a una distribución de Rayleigh, mientras que a una SNR alta (SNR > 3) la distribución de Rice se aproxima a una distribución Gaussiana.

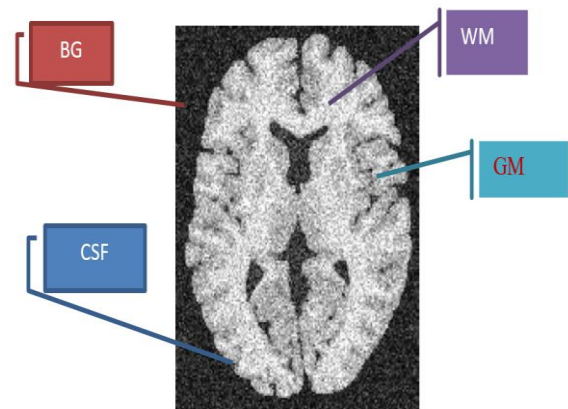
ecuación muestra que para regiones de

Esta distribución de Rayleigh rige el ruido en las regiones de imagen sin señal de RMN, como el fondo de la imagen.

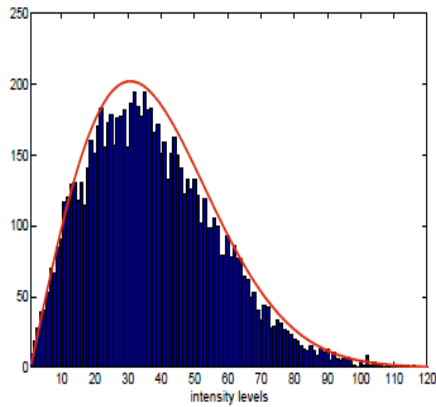
de imágenes con grandes intensidades de señal, la distribución de ruido puede considerarse como una distribución gaussiana con varianza σ^2 y media $\sqrt{A^2 + \sigma^2}$. La transición entre los dos límites de la distribución de Rice se puede notar fácilmente en la figura 4.

Otro límite de atención de la distribución es cuando el SNR es grande, después de algunas simplificaciones matemáticas, Eq.[34] reduce a,

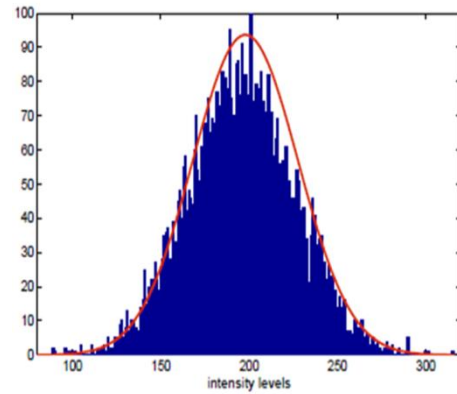
$$p_M(M \vee A, \sigma) \approx \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(M - \sqrt{A^2 + \sigma^2})^2}{2\sigma^2}\right] \quad (36)$$



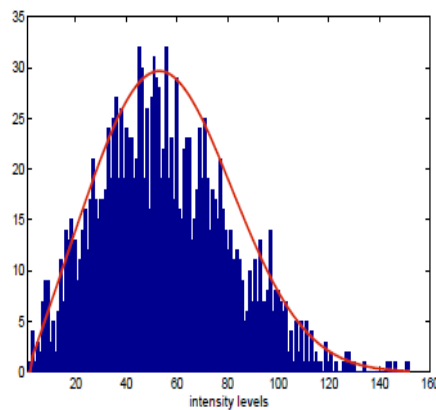
(a)



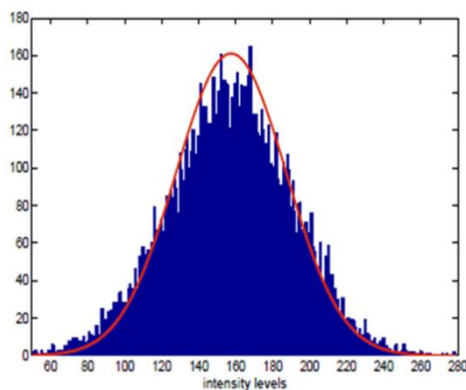
(b)



(e)



(c)



(d)

Fig. 5 Distribución de píxeles en diferentes regiones de una imagen de RM con ruido simulado. (a) Imagen de RM con nivel de ruido $\sigma = 30$, (b) distribución de píxeles en la región de fondo identificada como BG, (c) en la región de fluido espinal cerebral, CSF (d) en la región de Materia gris, GM y (e) en la región materia blanca definida como WM.

IV. CONCLUSIÓN

En este trabajo, se reveló que, como en cualquier otra medida práctica, la RM también contiene un componente indeseable que no está correlacionado con la señal deseada, es decir, ruido, que a menudo surge en un sistema de imágenes debido a fluctuaciones espontáneas como el movimiento browniano de electrones libres en real o equivalente componentes eléctricos.

Se comprobó que, basándose tanto en la física de la RM como en el teorema del límite central, este ruido podría tratarse como ruido gaussiano, en cuyo caso la FDP está definido de forma única por su media y varianza cero; y que esto se remonta a la suma (integral) de todas las contribuciones de cada magnetización de espín para producir una señal variable en el tiempo.

Más tarde se descubrió que después del proceso de transformada inversa de Fourier antes mencionado, los datos complejos adquiridos eran aún independientes y distribuido según la distribución Gaussiano debido a la linealidad y ortogonalidad de la transformada de Fourier. Sin embargo, el tratamiento matemático posterior a la adquisición de datos crudos de RM dio lugar a una distribución diferente denominada "Riciana", en la que una distribución de Rayleigh rige el ruido en regiones de imagen sin señal o pequeña señal de RM como el fondo de la imagen y una distribución Gaussiana que gobierna regiones con intensidades de señal grandes.

V. TRABAJO FUTURO

Como trabajo futuro se propone el desarrollo de un algoritmo de modelo basado en la distribución Riciana para estimar y filtrar este ruido Riciano en datos del sistema de RM utilizando el autoajuste de los parámetros encontrados en la distribución de Rice.

REFERENCIAS

- [1] A. Abragam, Principles of Nuclear Magnetism, Oxford University Press, New York, 1989.
- [2] Hendee WR, Ritenour ER. Fundamentals of magnetic resonance. In: Medical imaging physics. 4th ed. New York, NY: Wiley-Liss, 2002; 355–365.
- [3] Mitchell DG. MRI principles. Philadelphia, Pa: Saunders, 1999.
- [4] P. T. CALLAGHAN, 438 Nuclear Magnetic Resonance, Encyclopedia of Mathematics and Physics, Elsevier, 2006.
- [5] Yuval Filmus, Two Proofs of the Central Limit Theorem January/February 2010
- [6] S. Ross. A first course in probability. Collier Macmillan Publishers, New York, 1976.
- [7] A. Papoulis, S. Unnikrishna Pillai, Probability, Random Variables and Stochastic Processes, 4th edition. McGraw Hill Higher Education, 2002.
- [8] S. O. Rice. Mathematical analysis of random noise. Bell System Technological Journal, 23:282, 1944.